#### Тема 4.2. Технология решения нелинейных уравнений средствами MathCad

В математическом пакете MathCad имеются как программные средства для реализации алгоритмов уточнения корней уравнений, так и встроенные функции для численного и аналитического вычисления корней уравнений.

Рассмотрим примеры , иллюстрирующие средства **MathCad.**

**Пример 4.2-1.Отделить корни уравненияx3-cos(x)+1=0 графическим методом.**

|  |
| --- |
| **Проведем анализ функции**  **1) Область допустимыхзначениий 2) Сократим интервал**  **достаточно большая**  **3) Получим два отрезка локализации:**  **Простой корень на отрезке [-0.6;-0.4] и кратный корень на отрезке [-0.2;0.2]** |

**Пример 4.2-2.Отделить корень уравненияf(x)=1–3x+cos(x)=0 аналитически**.

|  |
| --- |
| **Первая и вторая производные на [0;1] непрерывны и знакопостоянны**  **a=0 b=1**  **Уравнение 1-3x+cos(x)=0 имеет на отрезке [0;1] один корень** |

**Пример 4.2-3**.**Выполнить «ручным расчетом» три итерации нахождения корня уравнения f(x)= 1 – 3х + cos(x) = 0 методом половинного деления.**

|  |
| --- |
| >0следовательно  <0следовательно  <0следовательно |

**Пример 4.2-4.Уточнить корень уравнения f(x)=1 – 3x + cos(x)=0 методом итерации на отрезке [0;1].**

Приведем уравнение1 – 3х + cos(x) = 0к видуx = (cos(x)+1)/3и проведем исследование:

|  |
| --- |
| **для всех значений аргумента х на отрезке [0;1]** |

**Пример 4.2-5.Привести уравнение x2–3∙x+3.25–5∙cos(x)=0 к виду, удобному для итерации.**

|  |
| --- |
| Будем искать простой корень уравнения, находящийся на отрезке локализации [-0.4;0]  Найдем корень с помощью встроенной функции root  **1 способ**.Приведем уравнение к виду x=ϕ(x) , где  Проверим условие сходимости:  График призводной  Максимальное по модулю значение производной итерационной функции достигается в левом конце отрезка  ϕ(x)=x-λf(x), где λ - итерационный параметр  Выполним 3 итерации по расчетной формуле x=ϕ(x)  1-я итерация:  2-я итерация:  3-яитерация:  Погрешность найденного значения корня:  **2 способ.** Приведем уравнение к виду x=x-λf(x), где итерирующая функция ϕ(x)=x- λf(x), а  λ - итерационный параметр. λ выбирем из условия λ=2/(m+M), где m - минимальное, а  М - максисальное значения f'(x) на отрезке [-0.4,0]  1-я итерация:  2-я итерация:  3-я итерация:  Погрешность найденного значения корня: |

**Пример 4.2-6.Выполнить «ручным расчетом» три итерации, решая уравнение f(x)=1 – 3x + cos(x)=0 методом Ньютона.**

В нашем случае



|  |
| --- |
|  |

ВMathcad имеется ряд встроенных средств для поиска корней нелинейных уравнений. Функция

root(f(var1, var2, ...),var1, [a, b])

имеет два необязательных аргумента **a** и **b**, которые определяют границы интервала, на котором следует искать корень. На концах интервала [a;b]функция f должна менять знак (f(a)f(b)<0)**.** Задавать начальное приближение для корня не нужно. Функция rootиспользует алгоритм Риддера (в основу которого положен метод хорд) и Брента. Метод Брента соединяет быстроту метода Риддера и гарантированную сходимость метода деления отрезка пополам.

**Пример 4.2-7. Определить корни уравнения , используя расширенный поиск.**



Для оценки местоположения корней построим график этой функции

|  |
| --- |
|  |

**Пример 4.2-8.Отделить корень уравнения 1–3x+Co(x)=0, а затем с помощью встроенной функции root( ) найти его значение с точностью TOL = 0.001.**

Значение переменная TOL принимает по умолчанию. Если требуется изменить точность вычислений, то переменную TOL следует переопределить, например, следующим образом TOL:=0.00001. В данном примере, поскольку параметры a и b не заданы, то функция **root** возвращает первый вычисленный корень.

|  |
| --- |
|  |

Если уравнение имеет несколько корней, то для их нахождения можно использовать разложение функции **f(x)** на простые множители f(x)=(x-x1)(x-x2) …(x-xn), где x1, x2, …, xn - корни уравнения. Начальное приближение можно задать только для первого корня, а в качестве функции взять, например,



Если уравнение не имеет действительных корней, то есть на графике функция f(x) нигде не равна нулю, то для вывода комплексных корней надо ввести начальное значение приближения к корню в комплексной форме, где для вывода мнимой части использовать символы 1iи 1j**.**

**Пример 4.2-9. Найти решения нелинейного уравнения , имеющего несколько корней, часть из которых мнимые.**



|  |
| --- |
|  |